

ISTITUTO di Cervarese Santa Croce

Scuola sec. I° “Karol Wojtyła”

Docente Monica Pasqualin

Classe coinvolta II E

La visualizzazione nella soluzione di problemi di geometria

Si è lavorato su:

- ☞ **strategie diverse** che si mettono in atto lavorando con gli esercizi e con i problemi
- ☞ capacità di **prevedere il grado di difficoltà** di un compito, spesso condizionata dalla densità dell'enunciato
- ☞ **errori** commessi nello svolgimento dei problemi assegnati
- ☞ **Potenziamento** relativamente alle **rappresentazioni** di figure piane

Scansione temporale dei contenuti (modificata rispetto al piano annuale di lavoro per poter consegnare i risultati del lavoro in tempo utile)

- gennaio-febbraio: ripasso triangoli, quadrilateri, questioni di isoperimetria, applicazione del concetto di rapporto e delle proprietà delle proporzioni alle figure geometriche

- fine febbraio – marzo: equivalenza delle figure piane; area dei parallelogrammi ($b \cdot h$; parallelogrammo, rettangolo, quadrato, rombo. Non si introduce la seconda modalità di calcolo dell'area del rombo, ossia il semiprodotto delle diagonali), area del triangolo; formule per determinare l'area del triangolo rettangolo.

- Fine marzo: teorema di Pitagora applicato al triangolo (anticipato rispetto a area dei trapezi e di altri poligoni)

- inizio aprile: si conclude attività di collaborazione con Todeschini: ultima fase del piano presentato sotto

- aprile - maggio - giugno: area del trapezio, applicazione del teorema di Pitagora ad altre figure piane. (se si riesce: teoremi di Euclide, similitudine, isometrie)

Per ciascun contenuto sono previste attività di laboratorio informatico (excel, cabri geometre)

DESCRIZIONE DELL'ESPERIENZA

FASE 1 Conversazione clinica sul funzionamento della mente e sul processo cognitivo attivato.

Per educare gli alunni a riflettere sui processi cognitivi attivati durante l'esecuzione di un compito (di geometria e/o aritmetica) e a porsi domande sul controllo della mente; ho offerto ai ragazzi delle domande di tipo metacognitivo dando a ciascun

alunno la possibilità di modificarli, di integrare con quesiti ritenuti rilevanti ma assenti nella lista fornita, di eliminare quelli ritenuti banali o inutili. La scheda “personalizzata” verrà usata in tutte le fasi del lavoro e raccolta al termine dell’intera attività (alla fine dell’ultima fase). (strumento didattico n. 1)

Se in principio nessuno ha individuato l’importanza di queste domande, durante le discussioni in classe e le varie attività è emerso che:

- a. molti alunni nel leggere il testo di un problema di geometria cercano di immaginare la figura di cui parla e di modificarla man mano che interpretano i dati;
- b. alcuni hanno aggiunto che cercano di ricordare se hanno già risolto problemi simili e – in caso affermativo – “ricostruiscono” la strategia risolutiva.
- c. Alcuni hanno affermato di partire dai dati che hanno a disposizione e di tentare di collegarli tra loro (tradotto: mettere in relazione).
- d. Gli alunni con miglior profitto hanno aggiunto che partono dalla domanda del problema e fingono di avere a disposizione tutti i dati che occorrono per risolverlo; poi cercano di riconoscere le relazioni tra i dati effettivamente disponibili per ricavare le incognite intermedie.
- e. Due-tre alunni hanno riferito di riuscire meglio ad evidenziare i dati disponibili e le relazioni che intercorrono tra questi se, dopo aver tracciato il disegno, scrivono vicino a ciascun lato la corrispondente misura.
- f. diversi alunni riferiscono di segnare con trattini, archetti, palline, crocette... parti congruenti.
- g. Il “capire cosa si deve fare” è molto più importante ad esempio del chiedersi il “perché ho usato proprio quella strategia” o “E’ un compito che richiede molto controllo”?
- h. Anche il sapere attuare strategie utili per la memoria è molto importante per gli alunni. Ritengo che gli alunni non volessero disconoscere il ruolo della memoria nei processi di apprendimento, ma sottolineare che ogni problema è un mondo a sé e che la sua strategia risolutiva richiede di ragionare, mettere in relazione i dati più che ricordare a memoria. Un limitato numero di alunni prima di risolvere il problema scrive in matita le misure vicino al disegno che ha appena tracciato... questo costituisce, a mio avviso, un modo per aver i dati (disegno, misure, relazioni, rapporti...) “tutti davanti agli occhi” così da non sovraccaricare la memoria al fine di potersi concentrare meglio e più a lungo per individuare la strategia risolutiva.

FASE 2 Riflettiamo sulle strategie

Riflessione individuale e condivisione nel gruppo classe sulle strategie più adatte a risolvere esercizi e problemi (strumento didattico n. 2)

FASE 3 Proposta di risolvere i problemi

Si propongono problemi procedurali e strategici (Strumento didattico n. 3) (almeno uno legato a situazioni nuove mai trattate in classe) sui quadrilateri (trapezi, parallelogrammi); si compila individualmente tabella “problemi strategici o procedurali” (strumento didattico n. 2). Per il momento si chiede di non risolvere i problemi ma di limitarsi a segnalare se si tratta di problemi strategici o procedurali e di annotare in una quarta colonna le previsioni individuali in merito alla facilità o difficoltà del compito.

Si sono proposti anche problemi “isomorfi” ma presentati agli alunni con enunciati, apparentemente diversi, per diverso grado di leggibilità e per variabili redazionali. Ciò al fine di poter stabilire in che misura il testo di un problema possa inficiare la comprensione dello stesso. I problemi saranno tali da richiedere la rappresentazione di figure in cui siano prese in considerazione il maggior numero possibile di relazioni tra le misure dei lati (es. semplice rapporto, rapporto e somma, rapporto e differenza, somma e differenza, etc)

Risolvere i problemi presentati al punto precedente. Si compila una tabella in cui, per ciascun problema, si sintetizza la strategia o la procedura (strumento didattico n.2)

FASE 4 Analisi elaborati

Analisi dei dati raccolti. Dall'esame degli elaborati emerge che spesso i ragazzi fanno errori di rappresentazione. Ecco il resoconto:

Spesso i disegni tracciati dagli alunni dopo aver letto e interpretato il problema non sono coerenti con i dati perché:

- il rapporto tra i lati non corrisponde a quanto stabilito nel problema
- nei parallelogrammi, il rapporto tra due lati consecutivo è interpretato come rapporto tra un lato e l'altezza relativa a quel lato
- il rombo viene spesso rappresentato come un quadrato (quindi come un caso particolare di rombo con diagonali congruenti)
- Il trapezio isoscele viene rappresentato con forma e misure standard, indipendentemente dal rapporto tra le sue parti
- Qualcuno rappresenta il rombo come un generico parallelogrammo con diagonali non perpendicolari e in un caso come un generico quadrilatero.
- Figure isoperimetriche nel disegno hanno spesso perimetri ben diversi anche ad occhio nudo! (non si pretende la precisione al nanometro....ma almeno al cm!)
- Nonostante si sia svolto un percorso sul disegno geometrico dei triangoli, i triangoli equilateri sono talvolta rappresentati come isosceli o scaleni. Di contro, in molte occasioni ho avuto modo di verificare che triangoli generici (scaleni) sono spesso rappresentati come isosceli o equilateri benché il problema non lo richieda; e quasi mai per gli alunni il triangolo potrebbe essere ottusangolo!
- Nel problema n.5 difficoltà a rappresentare il rapporto tra i lati del rettangolo e e il lato del triangolo equilatero isoperimetrico ($b=1/3l$; $h=3/4l$)
- Difficoltà a rappresentare e risolvere problemi in cui si conosca il rapporto tra due lati e la loro somma o differenza, soprattutto se queste ultime sono "celate" da termini come "semiperimetro, perimetro, supera...."

spesso gli errori di rappresentazione condizionano il procedimento risolutivo in quanto:

- il disegno non manifesta le relazioni tra le parti che costituiscono la figura geometrica e non suggerisce la strategia risolutiva
- ritenendo che il disegno sia corretto, l'alunno "coglie relazioni inesistenti" e le usa per risolvere il problema
- Un disegno incoerente mette anche l'alunno nelle condizioni di *non poter valutare* la correttezza e la verosimiglianza dei risultati ottenuti
- Il disegno incoerente conferma che molto spesso l'alunno *non si preoccupa minimamente di controllare* la verosimiglianza dei risultati ottenuti (il controllo finale non è sentito come momento significativo conclusivo nella risoluzione del problema)

Altre osservazioni:

- errori di forma, sia nell'impostazione dei dati e nel dichiarare le relazioni che tra essi intercorrono, sia nei procedimenti risolutivi
- spesso si dimenticano dell'unità di misura
- incompletezza nel dichiarare i dati disponibili
- errori di procedimento risolutivo
- errori di interpretazione del testo
- presenza di stereotipi
- talvolta lo stesso lato viene denominato, nel medesimo problema, in modi diversi (es. ora AB, ora b , ora a)

Dall'analisi delle schede sulla previsione consegnata agli alunni prima di risolvere i problemi, che chiedeva di stabilire un grado di difficoltà, si è scoperto che molti alunni non sanno prevedere l'effettiva difficoltà di un compito. Dopo una prima ma attenta lettura, alcuni problemi vengono definiti facili; ci si aspetta quindi che l'alunno abbia già individuato la strategia per risolverli e sia in grado di farlo... ma spesso non è così!

-

FASE 5 Discussione in classe sui dati ottenuti

Riportando questa analisi alla classe, sono emersi i punti fondamentali:

- ✎ Spesso le **rappresentazione non risultano coerenti coi dati** forniti dal problema in riferimento a:
 - ☞ **Proprietà** delle figure
 - ☞ **Rapporto** e relazioni tra i dati
 - ✎ Alunni che non sanno rappresentare figure aderenti ai dati non riescono a risolvere il problema o adottano strategie errate
 - ✎ Alcuni alunni non riconoscono come simili problemi che presentano la stessa struttura profonda
 - ✎ La densità dell'enunciato pare determini una certa diffidenza nell'alunno, che preferisce occuparsi prima di problemi con testo semplice.
- **E' emersa importanza del saper**
 - ☞ Riconoscere e comprendere la struttura profonda del problema
 - ☞ Rappresentare figure coerenti coi dati del problema in quanto esse suggeriscono la strategia risolutiva
 - ☞ Conoscere in modo puntuale le proprietà delle figure piane

FASE 6 Laboratorio

Consegna dell'insegnante: Con gli stecchini e/o col nastro, costruisci un rombo che abbia una diagonale che misura $\frac{3}{5}$ dell'altra

L'attività di costruzione verrà svolta, almeno inizialmente, in gruppo ristretto di 2 alunni al fine di promuovere un tutoring tra alunni nonché uno scambio-confronto di idee, successivamente il lavoro sarà individuale (strumento didattico n. 4 e 5)

L'attività di potenziamento (scheda 3: costruire con nastri e stecchini) costringe l'allievo a leggere con attenzione la consegna e ad osservare quello che ha costruito, verificando se la costruzione è aderente o no ai dati forniti; ma non gli impone di verbalizzare - cosa che fanno poco volentieri, anche per il timore di essere giudicati dai compagni. La figura "costruita" con stecchini agevola la comprensione dell'allievo anche per un'altro motivo: egli non deve più tenere a memoria una serie di dati perchè questi si trovano davanti ai suoi occhi. L'attività di costruzione promuove un apprendimento che si fonda sull'esperienza concreta e diretta. All'alunno non viene richiesto di astrarre prefigurandosi nella mente la figura da disegnare rispettando le regole del disegno geometrico, ma semplicemente di costruire la figura valutando, alla fine, se è coerente alle indicazioni fornite oppure no.

Il disegno geometrico è la tappa successiva: l'alunno dovrà solo "copiare" il modellino costruito.

La costruzione favorisce la riflessione critica: l'alunno può toccare con mano un ente geometrico, manipolarlo, modificarlo se necessario, senza che questo comporti un eccessivo sforzo cognitivo necessario nei processi di astrazione.

L'alunno, durante il percorso di potenziamento, si troverà tuttavia di fronte alla difficoltà di tenere costantemente sotto controllo vari elementi, quali le proprietà "generali" della figura che intende costruire (es. se si tratta di un rombo: ha lati paralleli? Ha lati congruenti? Ha diagonali perpendicolari? Ha diagonali congruenti? Etc...) e le relazioni delineate nella consegna. Pertanto dovrà interrogarsi, man mano che procede, sulla correttezza delle sue considerazioni e costruzioni, sulla completezza (...!) delle sue conoscenze. Ciò dovrebbe condurlo ad un progressivo rinforzo delle conoscenze e delle competenze maturate, oltre che alla consapevolezza delle lacune e ... della possibilità di colmarle!

La scheda 1, date delle rappresentazioni e dei testi il ragazzo deve osservare e scegliere la rappresentazione più aderente al testo. Questo lavoro aiuta a porre attenzione alla corrispondenza tra testo e disegno.

Nella scheda 2 si chiede invece l'opposto: scegliere il testo più fedele alla rappresentazione.

La scheda n. 3 chiede di costruire delle figure rispettando le consegne e la scheda n. 4, date alcune rappresentazioni di quadrilateri su carta quadrettata si chiede ai ragazzi di osservarle e descriverle con parole proprie per migliorare la presa di coscienza di cosa è una figura geometrica e di quali sono le sue proprietà costitutive.

Conclusioni

Non sono stati somministrati altri strumenti di valutazione, tuttavia si può affermare che i ragazzi hanno maturato una maggior consapevolezza nelle loro rappresentazioni geometriche.

Monica Pasqualin